

Úlohy z dynamiky hmotného bodu - I.

Gymnázium Partizánske

RIEŠENÉ PRÍKLADY

Príklad 1

Žeriav začína dvíhať debnu s hmotnosťou 1000 kg zvislo nahor so zrýchlením $0,2 \text{ m.s}^{-2}$. Určte veľkosť sily, ktorou pôsobí lano na debnu

Riešenie

$$m = 1000 \text{ kg}$$

$$a = 0,2 \text{ m.s}^{-2}$$

$$F = ? [\text{N}]$$

Na debnu pôsobí (vo vzťažnej sústave spojenej so Zemou, ktorú považujeme za inerciálnu) sila $F_G = m \cdot g$ a ťahová sila lana F (obr. 1).

Tieto sily sa skladajú do výslednej sily, ktorá debne udeľuje zrýchlenie a . Potom podľa II. pohybového zákona výsledná sila $F_v = m \cdot a$. Môžeme napísať

$$F_v = F_G + F = m \cdot a$$

Sily pôsobia v jednej priamke. Výsledná sila $m \cdot a$ je orientovaná v smere sily F a jej veľkosť sa rovná rozdielu veľkostí síl F a F_G alebo

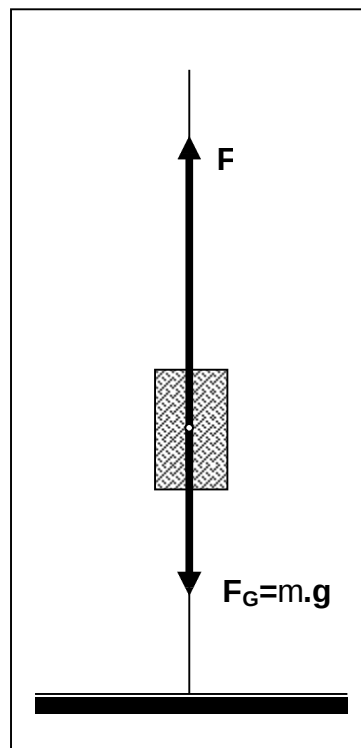
$$F - m \cdot g = m \cdot a$$

Z toho

$$F = m \cdot (g + a)$$

$$= 1000 \text{ kg} (9,8 + 0,2) \text{ m.s}^{-2}$$

$$F = 10^4 \text{ N}$$



Príklad 2

Sila F pôsobí pozdĺž vodorovnej roviny na teleso s hmotnosťou 4 kg. Teleso získava z pokoja za 3 s rýchlosť $v = 0,6 \text{ m.s}^{-1}$. Máme určiť veľkosť sily F , ak pre veľkosť trecej sily platí $F_t = f \cdot F_G$ (f je súčiniteľ šmykového trenia, $f=0,2$) a pohyb telesa bol priamočiary rovnomerne zrýchlený ($g = 10 \text{ m.s}^{-2}$).

Riešenie

Na teleso pôsobia súčasne 4 sily: vo vodorovnom smere sila F a v opačnom smere sila F_t , v zvislom smere nadol sila $F_G = m \cdot g$ a v zvislom smere nahor reakcia podložky F_1 (obr. 2). Podľa II. pohybového zákona bude platiť:

$$F + F_1 + F_G + F_t = m \cdot a$$

Sily F_1 a F_G pôsobiace na teleso sú rovnako veľké a opačne orientované, preto pre ich súčet platí

$$F_1 + F_G = 0$$

a nemajú pohybový účinok. Možno teda napísať

$$F + F_t = m \cdot a$$

Pretože $F_t = f \cdot F_G = f \cdot m \cdot g$ a všetky tri vektory ležia v jednej priamke (F_t má opačný smer ako F), môžeme teda písať

$$F - f \cdot m \cdot g = m \cdot a$$

$$F = m \cdot a + f \cdot m \cdot g$$

$$F = m(a + f \cdot g)$$

$$F = m \left(\frac{v}{t} + f \cdot g \right)$$

$$F = 4 \text{ kg} \left(\frac{0,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{3 \text{ s}} + 0,2 \cdot 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \right)$$

$$\underline{\underline{F = 8,8 \text{ N}}}$$

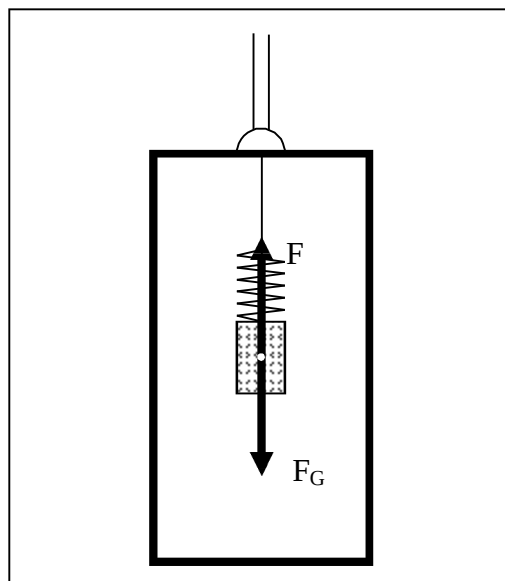
Veľkosť sily je 8,8 N.

Príklad 3

V kabíne výťahu je umiestnený silomer, ku ktorému je pripevnené závažie s hmotnosťou m . Čo bude ukazovať silomer v nasledujúcich prípadoch:

1. výťah je v pokoji
2. výťah sa pohybuje zvislo nahor so zrýchlením s veľkosťou a_1
3. výťah sa pohybuje zvislo nadol so zrýchlením s veľkosťou $a_2 < g$
4. výťah voľne padá ($a_3 = g$)
5. výťah sa pohybuje zvislo nadol so zrýchlením s veľkosťou $a_3 > g$

O opise javov uvažujeme z hľadiska vzťažnej sústavy spojenej so Zemou, ktorú pokladáme za inerciálnu.



Riešenie

Na závažie pôsobia dve sily: sila $F_G = m \cdot g$ a sila pružiny silomeru F . Využijeme druhý pohybový zákon, podľa ktorého bude v našom prípade všeobecne platiť

$$F + F_G = m \cdot a$$

Kde a je zrýchlenie závažia (teda aj výťahu).

V 1. prípade $a = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Preto silomer ukáže silu veľkosti F_0 , pre ktorú bude platiť $F_0 - m \cdot g = 0 \text{ N}$.

V 2. prípade $a = a_1$ a výťah sa pohybuje nahor. Silomer ukáže silu veľkosti F_1 , pre ktorú platí

$$F_1 - m \cdot g = m \cdot a_1, \text{ teda } F_1 = m(g + a_1).$$

V 3. prípade $a = a_2$ a výťah sa pohybuje nadol (zrýchlenie má rovnaký smer, ako je smer sily F_G). Preto pre veľkosť sily F_2 , ktorú ukáže silomer, bude platiť

$$F_2 - m \cdot g = -m \cdot a_2 \text{ alebo } F_2 = m(g - a_2).$$

V 4. prípade $a_3 = g$ a silomer ukáže silu, ktorá má veľkosť

$$F_3 - m \cdot g = m \cdot a_3 = m \cdot g \text{ alebo } F_3 = 0 \text{ N}.$$

Piaty prípad nechávame na riešiteľovi J

Vidíme, že ťahová sila, ktorou pôsobí teleso na silomer (ťaž telesa), závisí od zrýchlenia, ktorým sa pohybuje výťah. Ťaž telesa sa čo do veľkosti rovná sile, ktorou pružina pôsobí na teleso, ale má opačný smer. Pri zrýchlenom pohybe nahor sa veľkosť tiaže telesa zväčšuje, pri zrýchlenom pohybe nadol sa znižuje. Pri $a = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ sa veľkosť tiaže

telesa rovná veľkosti tiažovej sily pôsobiacej na teleso. Pri voľnom páde výťahu je tiaž telesa nulová (beztiažový stav).

Úlohy

1. Možno zdvihnúť zo Zeme voľne položené teleso, ak naň pôsobíme zvislo nahor silou veľkosti $F = m \cdot g$ (m je hmotnosť telesa)?
[áno, ak...]
2. Brankár pri futbale chytil loptu letiacu rýchlosťou veľkosti 40 m.s^{-1} a zastavil jej pohyb za čas $0,1 \text{ s}$. Hmotnosť lopty je 180 g . Akou veľkou silou pôsobil brankár na loptu, ak považujeme pohyb lopty do zastavenia za priamočiary rovnomerne spomalený? Určte veľkosť zmeny hybnosti lopty.
[72 N; $7,2 \text{ kg.m.s}^{-1}$]
3. Výsadkár padá v danom úseku dráhy rovnomerne so zavretým padákom rýchlosťou veľkosti 60 m.s^{-1} . Pri otvorení padáka sa veľkosť jeho rýchlosti znížila za čas 5 s na 5 m.s^{-1} . Hmotnosť výsadkára je 70 kg . Určte najväčšiu veľkosť ťahovej sily pôsobiacej na laná padáka, ak uvážime, že pohyb výsadkára bol priamočiary a jeho rýchlosť sa rovnomerne zmenšovala. Určte veľkosť hybnosti výsadkára pred otvorením padáka, veľkosť zmeny hybnosti po 5 sekundách a smer tejto zmeny. Určte dráhu, ktorú výsadkár s otvoreným padákom pri priamočiarom pohybe prekonal.
[770 N; 4200 kg.m.s^{-2} ; 350 kg.m.s^{-2} ; 162 m]
4. Osobný výťah sa rozbieha zvislo nahor so zrýchlením $1,6 \text{ m.s}^{-2}$ ($g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$). O koľko percent sa zmení tlaková sila človeka na podlahu (t.j. tiaž človeka) vzhľadom na prípad, keď bol výťah v pokoji? Prípad riešte z hľadiska pozorovateľa v inerciálnej vzťažnej sústave.
(Návod: uvážte, že na človeka pôsobí sila F_G a sila reakcie podlahy. Sila reakcie podlahy sa čo do veľkosti rovná tiaži človeka, ale má opačný smer.)
[Zväčší sa o 16,3 %]